

A problémáról és a problémamegoldásról.

Az ember a tanulmányai során sokszor olyan problémákkal, feladatokkal találkozik, amelyek megoldásához kevés az ismerete, tudása, vagy nincs ötlete hozzá, stb. Ez egy szellemi akadály, amelyet különböző módokon kezelhetünk.

1. Felejtsük el, az egész nem is olyan érdekes.
2. Nem kell mindig, mindent megérteni, elegendő az ellesett eredményt megjegyezni, vagy a hírdetett megoldást követni, másolni.
3. Fordítsunk rá időt, gondoljuk végig, kíséreljük meg a problémát megérteni, azután megoldással próbálkozni, míg eredményre nem jutunk.

Ez az egész téma azért érdekes, mert az ember alaptermészete szerint hedonista és szabad akarátú, más szavakkal kíváncsi és élvezi a szellemi produkciókat.

Könnyen beláthatjuk, hogy a fentebbi három állítás egyaránt alkalmas „problémamegoldásra”:

1. az „engem nem érint”, a „lényegtelennek tartom”, „elhanyagolható szerintem” esete;
2. az „idő mindent megold”, majd mások megoldják”, a „főnök ugyanis kiadja az ukázt” esete;
3. a „tudós”, a „kíváncsi”, az „én akarom a helyzetet irányítani”, a „fontos a számomra”, a „tőlem függ” esete.

Az 1. és 2. „kényelmes” álláspont, míg a 3. a cselekvés helyzete. Mi most a címben felvetett szellemi akadályt a 3. módon, vagyis cselekvően kezeljük.

Beszélgetésünk témája, a kérdés, a tisztázandó probléma, a szellemi akadály az, hogy megállapítsuk mi a matematika, hogy megérthessük mire ez az egész, hogy minek jó ez nekünk.

Paradicsomi (biblia) szokásunk szerint fogalmakat rendelünk dolgokhoz. Ez történt a matematikával is, elődeink valamihez ezt a fogalmat rendelték. Kíséreljük meg ezt az – inverz – műveletet elvégezni: megkeresni és megérteni a fogalom tartalmát, majd megállapítani, hogy mire jó ez nekünk. Azután elmélyedni benne éppen annyira, amennyire kíváncsiságunk, élvezetünk – Uram bocsá’ – szükségünk igényli.

Kezdjük fogalom tisztázásával, majd a tartalmával.

A matematika szó görög eredetű, μαθημα (matema), jelentése ’tan, tudomány, tudás’; a μαθηματικός (mathematikosz) pedig ’tudásra vágyik’, tehát minden szellemi ismeretet tartalmaz.

A tudományok különválásával, nagyjából Pythagoras idejében – ie. 350 – az elméleti „tisztá” maradt a matematika körében. Az alkalmazott mennyiségtan a csillagászat, az optika, stb. részévé vált, hiszen azokban használták ezeket az ismereteket. Természetesen korábban is léteztek a különböző tudományok, de megfogalmazásukat és önállóságukat tesszük erre a görög korszakra.

Manapság a szellemi dolgokkal, elméletekkel foglalkozókat divatos rövidítéssel, rövidítésekkel illetjük: STEM, NS, SS, HS, PH, TH. Ezek rendre

NS – natural sciences;

SS – social sciences, társadalom;

HS – human sciences: ember;

PH – philosophical sciences: filozófia;

TH – theological sciences: isten, teológia;

STEM – science, technics, engineering, mathematics: (természet)tudomány, technika, mérnökség, matematika.

Természetesen számos más felosztás képzelhető el és létezik, így például a művészetek ezektől különálló szellemi területet képeznek. A rövidítés kitalálói gondolom figyelembe vették az angol stem szó széles jelentését: család, nemzetség, törzs, szár, nyél, eredet, stb.

Az egyes területeket diszciplinának nevezzük, a köztes területek az ún. interdiszciplinák.

A mi mostani 'működési területünk' a STEM, amelyre a közérthetőség kedvéért egy korántsem pontos, de mostani célunknak elegendően definitív jellemzőként azt mondhatnánk, hogy *a tudós kutat, a technikus alkalmaz, a mérnök alkot, a matematikus kövekeztet*. Tehát merőben eltérő tevékenységekről van szó! Ebből következik, hogy nem megfelelő és nem elegendő csupán természettudományról, vagy a korábbi időkben használatos tudomány és technika fogalom használatáról beszélni! Ezek alapján nyilvánvaló, hogy a tehetség kutatásnak is eltérő feladatai vannak: a különböző tevékenységekhez különböző tehetség szükségeltetik. Például egy folyót megfigyelni és viselkedését leírni egészen más ember szükségeltetik, mint ugyanarra a folyóra hidat tervezni, vagy azok elemeit szállítani, összeszerelni. Megint más feladat a a híd tervezése során keletkező differenciál-egyenlet rendszerek megoldási módszerét megállapítani és persze megoldani.

A továbbiakban minket a matematika foglalkoztat. Láttuk már a fogalom jelentését, keletkezését, elhelyezkedését más dolgok között, nézzük tehát mi a tárgya és melyek a főbb területei:

1. Bármiféle felfedezett, feltalált absztrakció vizsgálata közös tulajdonságaik megállapítása, hatásuk megértése céljából.
2. Absztrakciók felfedezése, feltalálása rendszerek, struktúrák kialakítására és ezek együttes további vizsgálása céljából.
3. Jelölés rendszer kialakítása, fejlesztése az absztrakciók kellő pontosságú leírására.
4. Minden felfedezés, feltalálás és azok minden megállapítása helyességének, elfogadhatóságának bizonyítása a formális logika eszközeivel.

A matematika, hasonlóan más tudományokhoz a saját történetére, a tudós társak mindenkori véleményére és a széles körben elfogadott alapokra épül. Tehát a matematika sem abszolút és tárgya az ontológiának (lételmélet) és az episztemológiának (ismeretelmélet), azaz nyitott kérdés az univerzumban elfoglalt helye és vitatott 'mennyire' aprioriak tételei.

Látjuk tehát, hogy ez az esendő tudomány sokkal szélesebb területet foglal magába, mint azt a közhiedelem gondolja, amikor a számok művelését hiszi matematikának. Igaz a matematika a számok 'legfőbb' művelője, de ebben sem kizárólagos: említettük már az ókorban is a csillagászat, a mechanika, stb. volt a mennyiségtan 'gazdája'.

Ma használatos az alkalmazott matematika fogalom is az elméleti mellett, amely ugyan a matematikus társadalomban nem lankadó vita területe.

A számítógépekkel megalapozott programozás-elméleti, számítástudományi, információkezelési, kommunikációs elméletek és hálózati területek általában nem számelméleti kérdések. Sokal inkább interdiszciplináris tevékenységek ezek, amelyek más tudományokkal közösen művelhetők csak.

Wigner Jenő a múlt század elején a *The unreasonable effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences* című írásában (A matematika megmagyarázhatatlan hatékonysága a természettudományokban) a szerencsés véletlen esetét ésszerűtlennek tartja, tehát nyitott a kérdés: miért kézenfekvő a matematika alkalmazása például a fizikában. Számosan igyekeztek magyarázatát adni ennek a jelenségnek, például a mennyiségtanért már felelős tudomány, segítségül hív absztraktabb gondolkodású tudósokat elvtől, az egészen nagyképpően hangzó apriori szerepig, amelyet a csak filozófia 'merészel' magának tulajdonítani. Hedonista módon tetsző ez a szerepkör már a '2x2' miatt is, azonban érte már a matematikát nem is egy meglepetés, gondoljunk például a 'hazug krétai' esetre.

Az apriori képesség az, amely megelőz bármiféle tapasztalatot, hiszen éppen ez a tapasztalat-szerzés alapja: az azonosság, az eltérés felismerése a tapasztalatból kiindulva. Persze így ez már erősen filozófikus meggondolás, sőt itt is tettenérhető a 'tyúk-tojás példabeszéd'.

Mégis bizonyos aspektusból érdemes vele foglalkozni, amennyiben egy felfogás szerint az apriori képesség genetikusan eredetű, nincs ilyen az állatvilágban, kizárólag emberi. Ezeket a képességeket az alábbi pontokban szoktuk megfogalmazni:

1. Képességünk, hogy a megfigyelt tárgyak és jelenségek halmazában rendet tudunk rakni, felismerjük az azonos, illetve az eltérő vonatkozásokat.
 2. Ezekhez képesek vagyunk fogalmakat alkotni és újabb megfigyeléseket ezekkel a fogalmakkal azonosítani.
 3. Képesek vagyunk ezeket egymással közölni – beszéd és megértés – anélkül, hogy a tárgyak, vagy a jelenségek jelen lennének – absztrakció.
 4. Képesek vagyunk mindezeket megjegyezni, rájuk emlékezni, azokat visszaidézni.
 5. Képessé váltunk ezeket a többiek – utódoknak is – részére rögzíteni - rajzolás, írás, számolás.
- Matematikus megfogalmazásban: ez az a képességünk, hogy a megfigyelt tárgyak, jelenségek halmazából újabb halmazokat tudunk formálni.*

Fontosnak tartom ezt a kérdést, a képesség kérdését más szempontból is megvilágítani központi szerepe miatt.

Szokás a Földünket élő és élettelen részre, szférákra osztani: geoszféra, bioszféra. Az egésztől hajlamosak vagyunk vitatkozni és az evolúcióval, istenséggel, stb. magyarázni. Az egyéni tudás gyarapodás és eredménye a halálig tart – ebben hasonló az állatokhoz.

Ezenközben elfelejtkezünk egy harmadik tényezőről, az ember kollektív szerepéről. A fentebb megfogalmazott 'képességek' jó része 'emberközi', azaz az emberek időbeli és térbeli csoportosulásainak eszköze, amelyek nem férnek bele a geoszféra, bioszféra kettősébe.

Kénytelenek vagyunk a szférák körét bővíteni a szellem, a gondolkodó világ számára – ez a nooszféra. Jelentése *vouç* (elme, tudat) a bioszféra globális tudatszférája a kitaláló V. I. Vernadszkij szerint. A felfogás szerint ez az emberiség 'kísérlete' a véges geoszféra túlélésére.

Tehát a munka, a kultúra, a tudomány, a technika nem magyarázható a bioszféra értékeivel, nem magyarázható az evolúcióval, a bioszférán túl létezik. A tudásfelhalmozás, a korlátlan absztrakció az emberiség kollektív képessége, 'időbeli munkamegosztás' eredménye. További megállapításunk, hogy a közösség, a nooszféra változása, gyarapodása, javulása nem azonos az egyének hasonló változásainak összességével. Megjegyzendő, hogy elemi próbálkozások zajlanak ezen egyenlőtlenség – így hívjuk matematikául – megfejtésére például a ma már önálló tudománynak tartott statisztika segítségével. Sajnos nem sok eredménnyel a különbség meghatározása terén.

Képességeink és környezetének feltárása után térjünk vissza eredeti témánkhoz: mivel foglalkozik tehát a matematika, mi a tárgya? Használatos a 'big eight' – a nyolcak - kifejezés ezekre:

1. számok (természetes számoktól a komplex terekig)
2. formák (geometria, arányok, leképezés, absztrakt terek)
3. mozgás (statika, dinamika, sorozatok, függvények, ismétlődések)
4. mérés (pontosság, határok, közelítés, végtelen)
5. az ember működése és utánpótlása (agy, érzékszervek, gépek, robotok, számítógép)
6. kapcsolatok (nyelv, hálózatok)
7. logika (halmazok, formális logika, szillogizmus, magasabbrendű logikák, fuzzy)
8. tömeg és sokféleség jelenségek (kombinációk, valószínűség, statisztika, káosz)

Vagyis azt mondjuk, hogy mindezek vizsgálata közös tulajdonságok megállapítása és megértése céljából. Ahol más tudományok tevékenysége is kiterjed ott külön megadjuk az

adott terület matematikai definícióját, amelyre a vizsgálatunk kiterjed. Például a logika esetében matematikai logikát definiálunk.

A felsorolásból is kitűnik, hogy a matematika nem számtan, illetve nem csak az. Kétségtelen tény, hogy tevékenységeink széles körében határozott szándékunk a vizsgált jelenségek, dolgok mennyiségi oldalát is feltárni, ezért látszik úgy, hogy a matematikai megfogalmazások eredménye valamilyen számokban fejeződnek ki. Legalább annyi esetben nem számszaki céljaink vannak, hanem valamilyen viszony – kisebb, nagyobb, kövérebb, élénkebb - megállapítására van szükségünk, vagy valamiféle rendet – előtte, utána, belül, kívül – keresünk, vagy szeretnénk tudni valamilyen eset következményét, pontos meghatározását, stb. Tehát a kvalitatív (minőség) vizsgálat éppúgy eszköze a matematikának is, mint a kvantitatív (mennyiség).

A matematika a XX. század elején kialakult halmazelméletet használja, axiómák segítségével, eszközeinek definiálását, tételeinek bizonyítását. Mint korábban is szó volt róla ez a terület sem abszolút – az univerzumunk eddig ismert részében létező – ezért folyamatosan kutatja saját ellentmondásmentességét. Mivel alaptermészetünk, hogy minden állításunk helyességét bizonyítjuk, ezért biztosnak kell lennünk abban, hogy a bizonyításban felhasználtak már bizonyítottak, vagy axiómák, tehát helyesek, mivel csak így lesz állításunk is az. A helyes alatt azt értjük, hogy a felhasználtakban nincsen ellentmondás. Megjegyzem, hogy rendszerek, elméletek ellentmondásmentességének vizsgálata külön tudomány, a bizonyításelmélet nem különben. Legyen nekünk elegendő itt, hogy a matematika világa lényegében – különösen az általánosan használt tételek - ellentmondásmentes.